

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Мищенко Елена Анатольевна
Должность: Заместитель директора по СПО
Дата подписания: 23.09.2024 14:00:16
Уникальный программный ключ:
76a278a54abade2940ce7a476e59c491b232c9db



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Старооскольский геологоразведочный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
**«Российский государственный геологоразведочный университет имени
Серго Орджоникидзе»
(СГИ МГРИ)**

Заместитель директора по СПО

_____ Е.А. Мищенко

« ____ » _____ 20 ____ г

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

МАТЕМАТИКА

**программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО**

***15.02.03 Техническая эксплуатация гидравлических машин, гидроприводов и
гидропневмоавтоматики***

2024 год

Фонд оценочных средств (далее ФОС) разработан на основе рабочей программы, с учетом требований к освоению содержания учебной дисциплины «Математика» по специальности среднего профессионального образования (далее СПО):

15.02.03 Техническая эксплуатация гидравлических машин, гидроприводов и гидропневмоавтоматики

Организация-разработчик

Старооскольский геологоразведочный институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе»

Разработчик:

Гаврюшкина Наталия Сергеевна, преподаватель СГИ МГРИ

ОДОБРЕН

на заседании предметно-цикловой комиссии математики, физики и информатики

Протокол № от « ____ » _____ 2024 года

Председатель ПЦК: _____ Н.С.Гаврюшкина

РЕКОМЕНДОВАН

учебно-методическим отделом СГИ МГРИ

« ____ » _____ 20__ г.

Начальник УМО _____ О.Н. Полянская

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	4
2. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО, РУБЕЖНОГО, ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ.....	9

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика».

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме выполнения практических работ, контрольных заданий, выполнения тестовых заданий и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

1.2. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате контроля и оценки по учебной дисциплине «Математика» осуществляется проверка следующих умений:

- У1 - анализировать сложные функции и строить их графики;
- У2 - выполнять действия над комплексными числами;
- У3 - вычислять значения геометрических величин;
- У4 - производить операции над матрицами и определителями;
- У5 - решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- У6 - решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления;
- У7 - решать системы линейных уравнений различными методами.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать**:

- 31- основные математические методы решения прикладных задач;
- 32- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- 33- основы интегрального и дифференциального исчисления;
- 34- роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Код	Наименование результата обучения
общие компетенции	

ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 6	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями

профессиональные компетенции	
ПК 2.1	Участвовать в проектировании гидравлических и пневматических приводов по заданным условиям и разрабатывать принципиальные схемы.

2. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий и самостоятельных работ.

Результаты обучения (освоенные умения)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Освоенные умения:	
- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	Экспертная оценка выполнения практической работы. Контрольная работа. Экспертная оценка выполнения самостоятельной работы. Дифференцированный зачет.
Усвоенные знания:	
- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ;	Экспертная оценка выполнения практической работы. Контрольная работа. Экспертная оценка выполнения самостоятельной работы. Дифференцированный зачет.
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;	Экспертная оценка выполнения практической работы. Контрольная работа. Экспертная оценка выполнения самостоятельной работы. Дифференцированный зачет.

- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;	Экспертная оценка выполнения практической работы. Контрольная работа. Экспертная оценка выполнения самостоятельной работы. Дифференцированный зачет.
- основы интегрального и дифференциального исчисления.	Экспертная оценка выполнения практической работы. Контрольная работа. Экспертная оценка выполнения самостоятельной работы. Дифференцированный зачет.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по разделам (темам)

Раздел / тема учебной дисциплины	Форма текущего контроля	Коды знаний и умений	Коды формируемых ПК и ОК
Раздел 1. Исследование сложных функций и построение их графиков / Тема 1.1. Производная функции и ее приложения	Устный опрос Контрольная работа Проверочная работа	У 1 У 6 З 3 З 4	ОК 2 ,ОК 6 ПК 2.1
Раздел 1 / Тема 1.2. Вычисление геометрических величин	Контрольная работа Проверочная работа	У 1 З 1 З 3 З 4	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 2. Комплексные числа / Тема 2.1. Комплексные числа в алгебраической форме	Устный опрос	У 2 З 3	ОК 2 ОК 3 ОК 4 ОК 5 ПК 2.1
Раздел 2. Комплексные числа / Тема 2.2 Комплексные числа в тригонометрической форме	Устный опрос	У 2 З 3	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 2. Комплексные числа / Тема 2.3 Показательная форма комплексного числа	Устный опрос	У 2 З 3	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 3.	Устный опрос	У 4	ОК 2

Элементы линейной алгебры / Тема 3.1. Матрицы, определители матриц		3 2 3 3	ОК 6 ПК 2.1
Раздел 3. Элементы линейной алгебры / Тема 3.2. Обратная матрица	Устный опрос Контрольная работа	У 4 3 2 3 3	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 3. Элементы линейной алгебры / Тема 3.3. Системы линейных уравнений	Письменный опрос Контрольная работа	У 4 У 7 3 2 3 3	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики / Тема 4.1. Основы теории вероятностей	Контрольная работа	У 5 У 6 3 3	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики / Тема 4.2. Случайная величина, ее функция распределения	Контрольная работа	У 1 3 3	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики / Тема 4.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины	Контрольная работа	У 5 3 4	ОК 2 ОК 6 ПК 2.1
Промежуточная аттестация проводится в форме дифференцированного зачета			

Критерии и шкала оценивания в результате изучения дисциплины при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценивания	Критерии оценки
«отлично»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Показал отличные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала.
«хорошо»	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Показал хорошие умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала.
«удовлетворительно»	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Показал удовлетворительные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы.
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.

3. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ
ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
(вопросы и тесты)

Тема 1.1. Дифференциальное и интегральное исчисление

ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:

«ФУНКЦИИ ОДНОЙ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ПРЕДЕЛЫ»

1. Что значит «задать функцию»? Укажите три объекта.
2. Что такое независимая и зависимая переменные?
3. Какие вы знаете способы задания функции одной переменной?
4. Приведите пример функции одной переменной.
5. Что такое предел функции?
6. На каком языке наиболее часто формулируют определение предела функции?
7. В чем состоит первое свойство предела функции?
8. Назовите второе свойство предела функции.
9. В чем состоит третье свойство предела функции?
10. Назовите четвертое и пятое свойство предела функции.

Контрольная работа

Вариант 1

1. Найти пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{3-\sqrt{x+6}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{3x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 20x}$.

2. Найдите предел функции, используя правило Лопитала

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x} - 4}{\ln(x - 15)}.$$

3. Найдите производную функции $y = e^{x^2 - \frac{3}{4}} \cdot \arccos x$

в точке $x_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin^2 4x$

в точке $x_0 = \frac{\pi}{16}$.

5. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции

$$y = \frac{x^4}{6} - 3x^2.$$

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^1 (2x^3 - 1)^4 \cdot x^2 dx.$$

7. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс

криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y=0$, $y=3$, $y=5$ и

$$y = \sqrt{x-2}.$$

Вариант 2

1. Найти пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{4-\sqrt{x+12}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 18x}$.

2. Найдите предел функции, используя правило Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x} - 5}{\ln(x - 24)}.$$

3. Найдите производную функции $y = e^{\frac{x^2-1}{2}} \cdot \arcsin x$

в точке $x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \cos^2 6x$

в точке $x_0 = \frac{\pi}{24}$.

5. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции

$$y = \frac{x^4}{3} - 6x^2.$$

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^1 (3x^4 + 1)^2 \cdot x^3 dx.$$

7. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс

криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y=0$, $x=4$, $x=6$ и

$$y = \sqrt{x-3}.$$

ОТВЕТЫ

№ Задания	1 вариант	2 вариант
1 а)	6	8
1 б)	e^{12}	e^{12}
1 в)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$
3	$\frac{\sqrt{3}\pi}{6} - 2$	$\frac{\sqrt{2}\pi}{4} + \sqrt{2}$

4	$y = 4x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$	$y = -6x + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$
5	$(-\sqrt{3}; -7,5)$ и $(\sqrt{3}; -7,5)$ координаты точек перегиба $(-\infty; -\sqrt{3})$ и $(\sqrt{3}; +\infty)$ промежутки выпуклости вниз $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ промежутков выпуклости вверх	$(-\sqrt{3}; -15)$ и $(\sqrt{3}; -15)$ координаты точек перегиба $(-\infty; -\sqrt{3})$ и $(\sqrt{3}; +\infty)$ промежутки выпуклости вниз $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ промежутков выпуклости вверх
6	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{4}$
7	4π	4π

Время выполнения контрольной работы 1ч 30 мин

Критерий оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Проверочная работа по теме «Пределы. Непрерывность функций».

Вариант 1

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{3x-6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{2x-4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

Вариант 5

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$$

Вариант 6

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$$

Время на выполнение: 40 мин.

Критерии оценивания:

«отлично» - верно выполнено 4 задания;

«хорошо» - верно выполнено 3 задания;

«удовлетворительно» - верно выполнено 2 задания;

«неудовлетворительно» - верно выполнено менее 2 заданий.

Проверочная работа по теме «Производная, физический смысл».

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 3x^4 + \cos 5x$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 1$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 2x^5 - \sin 3x$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = tg^5(3x^4 - 13)$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^3 - e^{5x}$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = ctg^4(5x^3 + 6)$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 5x^4 - \cos 4x$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \arcsin^3 7x^2$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^4 + \sin 2x$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = tgx$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = \arctg^6 5x^4$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 6x^5 + e^{4x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Время на выполнение: 40 мин.

Критерии оценивания:

- «отлично» - верно выполнено 4 задания;
- «хорошо» - верно выполнено 3 задания;
- «удовлетворительно» - верно выполнено 2 задания;
- «неудовлетворительно» - верно выполнено менее 2 заданий.

Проверочная работа по теме «Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Замена переменной».

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

3. $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (8x - 4)^3 dx.$

7. $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8. $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x+5)\cos x dx.$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$

3. $\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (7x+5)^4 dx.$

7. $\int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$

8. $\int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x-2) \sin x dx.$

Время на выполнение: 45 мин.

Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

Проверочная работа по теме «Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла».

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx.$

2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:
 $\int_2^3 (2x-1)^3 dx.$

3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.

4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:
 $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:
 $\int_0^1 (3x+1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:
 $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за четвертую секунду.

Время на выполнение: 45 мин.

Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

Тема 1.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Проверочная работа

Вариант 1

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-2).

1. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$, $y'' + 4y' - 5y = 0$.

2. $y = \frac{8}{x}$, $y' = -\frac{1}{8}y^2$.

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 3-6).

3. $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$.

$$4. y' = \frac{x-1}{y^2}.$$

$$5. y' - 3y + 5 = 0.$$

Вариант 2

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-2).

$$1. y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0$$

$$2. y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y$$

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 3-6).

$$3. y' = -6y$$

$$4. y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$5. y'' - 7y' + 10y = 0$$

Вариант 3

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

$$1. y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$2. y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$$

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$3. y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$$

$$4. y' = \frac{2x}{y^2}.$$

$$5. y' + 8y - 3 = 0.$$

Вариант 4

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-2).

$$1. y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0$$

$$2. y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2$$

2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$3. y' = 8y$$

$$4. y' = \frac{y}{1+x^2}$$

$$5. y'' + 8y' + 16y = 0$$

Время на выполнение: 45 мин.

Критерии оценивания

«отлично» - 85%-100% правильных ответов,

«хорошо»- 65%-85% правильных ответов,

«удовлетворительно»- 50%-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно»- менее 50% правильных ответов

Контрольная работа по теме

«Решение однородных дифференциальных уравнений».

Вариант №1.

Решите дифференциальные уравнения и найдите частные решения (частные интегралы), удовлетворяющие данным условиям:

$$(x+1)^3 dy - (y-2)^2 dx = 0, y = 0 \text{ при } x = 0.$$

$$y \cos x \ln y = y, y = 1 \text{ при } x = \pi.$$

$$3e^x \operatorname{tg} y \cos^2 y dx - (1 + e^x) dy = 0, y = \pi/4 \text{ при } x = 0.$$

Вариант №2.

Решите дифференциальные уравнения и найдите частные решения (частные интегралы), удовлетворяющие данным условиям:

$$(\sqrt{xy} + \sqrt{x}) y - y = 0, y = 1 \text{ при } x = 1.$$

$$(1+x^2)y^3 dx - (y^2 - 1)x^3 dy = 0, y = 1 \text{ при } x = 1.$$

$$(xy^2 + x) dx + (x^2y - y) dy = 0, y = 1 \text{ при } x = 0.$$

Вариант №3.

Решите дифференциальные уравнения и найдите частные решения (частные интегралы), удовлетворяющие данным условиям:

$$y dx + x \operatorname{ctg} x dy = 0, y = -1 \text{ при } x = \pi/3.$$

$$\operatorname{tg} x \sin^2 y dx + \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy = 0, y = \pi/4 \text{ при } x = \pi/4.$$

$$(xy^2 + y^2) dx + (x^2 - x^2y) dy = 0, y = 1 \text{ при } x = 1.$$

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»

71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Время выполнения контрольной работы 1ч 30 мин

Тема 1.3. Ряды

**ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:
«РЯДЫ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СХОДИМОСТИ РЯДОВ ПО ПРИЗНАКУ
ДАЛАМБЕРА»**

1. Что такое числовой ряд?
2. Какой элемент называют общим членом числового ряда?
3. Какие ряды называются сходящимися?
4. Какие ряды называются расходящимися?
5. В чем состоит признак Даламбера сходимости рядов?

Что такое частичная сумма числового ряда?

Контрольная работа по теме

«Определение сходимости рядов по признаку Даламбера».

Вариант №1.

Задание 1. Исследуйте числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{2^k}$

на сходимость по признаку Даламбера. Запишите пять первых членов ряда.

Задание 2. Проверьте расходимость числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!}$.

Вариант №2.

Задание 1. Исследуйте числовой ряд $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{3k-1}{3^k}$

на сходимость по признаку Даламбера. Запишите пять первых членов ряда.

Задание 2. Проверьте расходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Вариант №3.

Задание 1. Исследуйте числовой ряд $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4k+1}{4^k}$

на сходимость по признаку Даламбера. Запишите пять первых членов ряда.

Задание 2. Проверьте расходимость числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!}$.

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Время выполнения контрольной работы 45 мин

ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ: «РЯДЫ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СХОДИМОСТИ ЗНАКОПЕРЕМЕННЫХ РЯДОВ»

1. Какие ряды называются знакопеременными рядами?
2. Какие ряды называются знакоположительными рядами?
3. Какие ряды называются знакочередующимися рядами?
4. В чем состоит признак Лейбница сходимости рядов?
5. Справедлива ли теорема Лейбница если условие $u_n > u_{n+1}$ выполняется, начиная с некоторого номера N ?
6. Является ли условие $u_n > u_{n+1}$ сходимости ряда необходимым?
7. В чем состоит достаточный признак сходимости знакопеременного ряда или признак абсолютной сходимости?

Верно ли утверждение: «Если данный ряд сходится, то ряд, составленный из абсолютных величин его членов, может и расходиться»?

Тема 2.1. Комплексные числа в алгебраической форме

ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:

**«КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ.
ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ А АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ
ФОРМЕ»**

1. Что такое мнимая единица?
2. Какой буквой обозначается мнимая единица?
3. Верно ли, что символ i удовлетворяет условию $i^2 = -1$?
4. Что называется комплексным числом?
5. Что такое действительная часть комплексного числа?
6. Что такое мнимая часть комплексного числа?
7. Какой буквой чаще всего обозначается комплексное число?
8. Какой буквой принято обозначать множество комплексных чисел?
9. Как называется запись комплексного числа в виде $z = a + bi$?
10. Что такое модуль комплексного числа?

**ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:
«ДЕЙСТВИЯ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В
АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ»**

1. Что называется суммой двух комплексных чисел?
2. Как найти разность двух комплексных чисел?
3. Что называется произведением двух комплексных чисел?
4. Как найти частное двух комплексных чисел?
5. Как вычислить аргумент комплексного числа?

Тема 2.2 Комплексные числа в тригонометрической форме

**ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:
«ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА.
ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА»**

1. Что называется тригонометрической формой записи комплексного числа?
2. Как перейти от алгебраической формы к тригонометрической?
3. Как перейти от тригонометрической формы к алгебраической?
4. Что называется показательной формой записи комплексного числа?
5. Как перейти от алгебраической формы к показательной?
6. Как перейти от показательной формы к алгебраической?
7. Как выполнять действия в тригонометрической форме?
8. Как выполнять действия в показательной форме?

Тема 3.1. Матрицы, определители матриц

**ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:
«МАТРИЦЫ, ОПРЕДЕЛИТЕЛИ МАТРИЦ. ВЫЧИСЛЕНИЕ
ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ МАТРИЦЫ»**

1. Что такое матрица?
2. Где в математике используют матрицы?
3. Какая матрица называется квадратной?
4. Что такое транспонированная матрица?
5. Какая матрица называется единичной, нулевой?
6. Что такое диагональная матрица?
7. Что такое порядок или размер матрицы?
8. Что такое определитель матрицы?
9. Как вычислить определитель квадратной матрицы 2 порядка?
10. Сколько способов существует для вычисления определителя матрицы 3 порядка?

Тема 3.2. Обратная матрица

ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:

«ОБРАТНАЯ МАТРИЦА. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБРАТНЫХ МАТРИЦ»

1. Какая матрица называется обратной?
2. Как обозначается обратная матрица?
3. Что такое взаимно обратные матрицы?
4. Верно ли утверждение: «Если определитель матрицы равен нулю, то обратная к ней не существует»?
5. Верно ли утверждение: «Если обратная матрица существует, то она единственна».

Контрольная работа

1 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$.

4 Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

2 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix}$.

4 Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

4 Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$.

4 вариант

1. Найдите произведение матриц AB

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -5 \\ 8 & -1 & 7 \end{vmatrix}$.

4 Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$.

ОТВЕТЫ

№ задания	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	$\begin{pmatrix} 13 & 11 \\ 25 & 23 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 25 & 23 \\ 13 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 19 & 11 \\ 37 & 23 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 37 & 23 \\ 19 & 11 \end{pmatrix}$
2	-50	33	50	-33
3	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ \frac{19}{27} & -\frac{4}{9} & -\frac{1}{27} \\ \frac{14}{27} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{27} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{13} & \frac{3}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{19}{39} & -\frac{8}{39} & -\frac{7}{39} \\ \frac{14}{39} & -\frac{10}{39} & \frac{1}{39} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ \frac{14}{27} & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{27} \\ \frac{19}{27} & -\frac{4}{9} & -\frac{1}{27} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{13} & \frac{3}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{14}{39} & -\frac{10}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{19}{39} & -\frac{8}{39} & -\frac{7}{39} \end{pmatrix}$

Время выполнения контрольной работы 1ч 30 мин

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Тема 3.3. Системы линейных уравнений

ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ: «РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ»

1. Какая система называется системой m линейных уравнений с n неизвестными?
2. Какая система линейных уравнений называется совместимой?
3. Какая система линейных уравнений называется несовместимой?.
4. Что такое матрица системы?
5. Как называются числа, стоящие в правых частях уравнений, b_1, \dots, b_m ?
6. Что называется решением системы линейных уравнений?
7. Какие три ситуации могут возникнуть при нахождении решений системы?.
8. В чем состоит правило Крамера?
9. В чем состоит Метод Гаусса?
10. Какие преобразования относятся к элементарным преобразованиям матрицы?

Контрольная работа по математике

Вариант 1

1. Найти произведение матриц ABC, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 23 \\ 59 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

4. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(3; 2)$, параллельно и перпендикулярно прямой $4x - 3y + 1 = 0$.

5. Построить область решений системы неравенств

$$\begin{cases} -x + y \leq 3, \\ -x + 3y \geq -6, \\ x + y \leq 10. \end{cases}$$

Определить координаты угловых точек области решений.

6. Используя графический метод решения задач линейного программирования найти наибольшее значение линейной целевой функции $F(x; y) = 3x + 2y$ в области, заданной ограничениями

$$\begin{cases} x + 2y \leq 10, \\ -x + y \leq 2, \\ x \leq 6; \\ x \geq 0; y \geq 0. \end{cases}$$

Контрольная работа по математике

Вариант 2

1. Найти произведение матриц ABC , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 59 \\ 33 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 12, \\ -7x + 9y + 3z = -6, \\ 3x + 4y - 2z = 9. \end{cases}$$

4. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(5; 1)$, параллельно и перпендикулярно прямой $2x - 5y + 3 = 0$.

5. Построить область решений системы неравенств

$$\begin{cases} x + y \geq -3, \\ x + 3y \leq 9, \\ -x + y \geq -5. \end{cases}$$

Определить координаты угловых точек области решений.

6. Используя графический метод решения задач линейного программирования найти наибольшее значение линейной целевой функции $F(x; y) = 2x + 5y$ в области, заданной ограничениями:

$$\begin{cases} -x + 2y \leq 6, \\ x + y \leq 9, \\ x \leq 7; \\ x \geq 0; y \geq 0. \end{cases}$$

Контрольная работа по математике Вариант 3

1. Найти произведение матриц ABC , если

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 39 \\ 83 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 5y + 6z = 11, \\ -9x + 2y + 3z = 9, \\ 5x + y - 4z = -8. \end{cases}$$

4. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(2; 3)$, параллельно и перпендикулярно прямой $5x - 2y + 4 = 0$.

5. Построить область решений системы неравенств

$$\begin{cases} -x + y \leq 4, \\ -x + 4y \geq -8, \\ x + y \leq 13. \end{cases}$$

Определить координаты угловых точек области решений.

6. Используя графический метод решения задач линейного программирования найти наибольшее значение линейной целевой функции $F(x; y) = 4x + 3y$ в области, заданной ограничениями

$$\begin{cases} x + 2y \leq 12, \\ -x + y \leq 3, \\ x \leq 10; \\ x \geq 0; y \geq 0. \end{cases}$$

Контрольная работа по математике Вариант 4

1. Найти произведение матриц ABC , если

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 83 \\ 53 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + z = 7, \\ -5x + 4y + 2z = -10, \\ 2x + 7y - 3z = 6. \end{cases}$$

4. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(4; 1)$, параллельно и перпендикулярно прямой $3x - 4y + 2 = 0$

5. Построить область решений системы неравенств

$$\begin{cases} x + y \geq -2, \\ x + 4y \leq 16, \\ -x + y \geq -6. \end{cases}$$

Определить координаты угловых точек области решений.

6. Используя графический метод решения задач линейного программирования найти наибольшее значение линейной целевой функции $F(x; y) = 2x + 4y$ в области, заданной ограничениями:

$$\begin{cases} -x + 2y \leq 8, \\ x + y \leq 10, \\ x \leq 8; \\ x \geq 0; y \geq 0. \end{cases}$$

ОТВЕТЫ
к контрольной работе по математике

№ задания	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант

1	$\begin{pmatrix} 30 & 9 \\ 30 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -18 & 3 \\ -18 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 12 & -12 \\ 12 & -12 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$
3	(1; 2; 3)	(3; 1; 2)	(1; 3; 4)	(4; 1; 3)
4	параллельная прямая $4x-3y-6=0$ перпендикулярная прямая $3x+4y-17=0$	параллельная прямая $2x-5y-5=0$ перпендикулярная прямая $5x+2y-27=0$	параллельная прямая $5x-2y-4=0$ перпендикулярная прямая $2x+5y-19=0$	параллельная прямая $3x-4y-8=0$ перпендикулярная прямая $4x+3y-19=0$
5	(-7,5; -4,5) (3,5; 6,5) (9; 1)	(-9; 6) (1; -4) (6; 1)	(-8; -4) (12; 1) (4,5; 8,5)	(-8; 6) (2; -4) (8; 2)
6	(6; 2) $F_{\max} = 22$	(4; 5) $F_{\max} = 33$	(10; 1) $F_{\max} = 43$	(4; 6) $F_{\max} = 32$

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Время выполнения контрольной работы 1ч 30 мин

Тема 4.1. Множества и отношения. Свойства отношений. Операции над множествами

**ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ:
«МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ. СВОЙСТВА ОТНОШЕНИЙ.
ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ПРИМЕРЫ»**

1. Что называется множеством?
2. Что такое пустое, универсальное множество?
3. Какие операции над множествами вы знаете?
4. Перечислите свойства операций над множествами.
5. Что такое бинарное отношение?
6. Как обозначается отношение?
7. Назовите виды бинарных отношений множества?
8. Что такое ядро отношения?
9. Что называется композицией отношений?

Назовите свойства отношений.

Контрольная работа по теме

«Действия над множествами».

Вариант №1.

№1. Как называется следующее множество чисел:

\mathbb{N} – множество... $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

№2. Что обозначает запись?

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A \Delta B = \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}$$

№3. Выполните операции $A \times B$, C^2 над множествами:

$$A = \{2, 5, 6\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

$$C = \{2, 3\}$$

1. \mathbb{N} – множество натуральных чисел,

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\};$$

Вариант №2.

№1. Как называется следующее множество чисел:

\mathbb{Z} – множество ... $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

№2. Что обозначает запись?

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$$

№3. Выполните операции $A \times B$, C^2 над множествами:

$$A = \{1, 3, 7\}$$

$$B = \{5, 2, 4\}$$

$$C = \{1, 3\}$$

Вариант №3.

№1. Как называется следующее множество чисел:

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N} \right\}$$

Q – множество...

№2. Что обозначает запись?

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

№3. Выполните операции $A \times B$, C^2 над множествами:

$$A = \{3, 1, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 8\}$$

$$C = \{1, 2\}$$

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Время выполнения контрольной работы 45 мин

Тема 5.1. Основы теории вероятностей

Контрольная работа «Основы теории вероятностей и математической статистики»

1.Задание1.

Вычислить: а) $3!$; б) $7! - 5!$; в) $\frac{7! + 5!}{6!}$.

Задание 2. Сколькими способами можно расставлять на одной полке шесть различных книг?

Задание 3. Сколько вариантов распределения трех путевок в санатории различного профиля можно составить для пяти претендентов?

Задание 4. В бригаде из 25 человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

2.Задача 1. На факультете изучается 16 предметов. На понедельник нужно в расписание поставить 3 предмета. Сколькими способами можно это сделать?

Задача 2. Из 15 объектов нужно отобрать 10 объектов. Сколькими способами это можно сделать?

Задача 3. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

Задача 4. Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

3.

1. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.

Задача 1. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Задача 2. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.

Ответы и решения задач.

1 Сочетания, перестановки	
Задание1.	<p>а) $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.</p> <p>б) Так как $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ и $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$, то можно вынести за скобки $5!$</p> <p>Тогда получим</p> $5!(6 \cdot 7 - 1) = 5! \cdot 41 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 41 = 120 \cdot 41 = 4920$ $\frac{7!+5!}{6!} = \frac{5!(6 \cdot 7 + 1)}{5! \cdot 6} = \frac{6 \cdot 7 + 1}{6} = \frac{43}{6}$ <p>в) $\frac{7!+5!}{6!} = \frac{5!(6 \cdot 7 + 1)}{5! \cdot 6} = \frac{6 \cdot 7 + 1}{6} = \frac{43}{6}$.</p>
Задание 2.	<p>Искомое число способов равно числу перестановок из 6 элементов, т.е.</p> $P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$
Задание3.	<p>Искомое число вариантов равно числу размещений из 5 элементов по 3 элемента, т.е.</p>

	$A_3^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$
Задание 4.	<p>Так как порядок выбранных четырех человек не имеет значения, то это можно сделать C_{25}^4 способами.</p> <p>Находим по первой формуле</p> $C_{25}^4 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 12650$ <p>Кроме того, при решении задач используются следующие формулы, выражающие основные свойства сочетаний:</p> $C_m^n = C_m^{m-n} \quad (0 \leq n \leq m)$ <p>(по определению полагают $C_n^n = 1$ и $C_n^0 = 1$);</p> $C_m^n + C_m^{n+1} = C_{m+1}^{n+1}$
2 Решить задачи	
Задача 1.	<p>Способов постановки в расписание трех предметов из 16 столько, сколько можно составить размещений из 16 элементов по 3.</p> $A_{16}^3 = \frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = \frac{13! \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16}{13!} = 14 \cdot 15 \cdot 16 = 3360$
Задача 2.	<p>Решение.</p> $C_{15}^{10} = \frac{15!}{(15-10)! \cdot 10!} = \frac{15!}{5! \cdot 10!} = \frac{10! \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{5! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1} =$ $= \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 14}{2} = 11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 7 = 3003.$
Задача 3	<p>Решение.</p> $P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$
Задача 4	<p>Решение. Солдат в дозор можно выбрать</p> $C_{80}^3 = \frac{80!}{77! \cdot 3!} = \frac{77! \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{77! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{78 \cdot 79 \cdot 80}{2 \cdot 3} = 13 \cdot 79 \cdot 80 = 82160$ <p>способами, а офицеров $C_3^1 = 3$ способами. Так как с каждой командой из солдат может пойти любой офицер, то всего имеется $C_{80}^3 \cdot C_3^1 = 82160 \cdot 3 = 246480$ способов.</p>
3	Классическое определение вероятности
Задача 1.	<p>Решение. Общее число различных исходов есть $n=1000$. Число исходов, благоприятствующих получению выигрыша, составляет $m=200$. Согласно формуле, получим</p> $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = 0,2$

Задача 2.	<p>Решение. Число всех равновозможных независимых исходов n равно числу сочетаний из 18 по 5 т.е.</p> $n = C_{18}^5 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 18 \cdot 17 \cdot 28 = 8568$ <p>Подсчитаем число m, благоприятствующих событию А. Среди 5 взятых наугад деталей должно быть 3 качественных и 2 бракованных. Число способов выборки двух бракованных деталей из 4 имеющихся бракованных равно числу сочетаний из 4 по 2:</p> $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$ <p>Число способов выборки трех качественных деталей из 14 имеющихся качественных равно</p> $C_{14}^3 = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 14 \cdot 13 \cdot 2 = 364$ <p>Любая группа качественных деталей может комбинироваться с любой группой бракованных деталей, поэтому общее число комбинаций m составляет</p> $m = C_4^2 \cdot C_{14}^3 = 6 \cdot 364 = 2184$ <p>Искомая вероятность события А равна отношению числа исходов m, благоприятствующих этому событию, к числу n всех равновозможных независимых исходов:</p> $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2184}{8568} \approx 0,255$

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Время выполнения контрольной работы 1ч 30 мин

ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

Дифференцированный зачет

Варианта №1

1. Решить дифференциальное уравнение и найти его частное решение

$$dy = (2x^2 - 5) dx \text{ при } x = 1 \text{ } y = -4$$

2. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{n \cdot 2^n}.$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 12, \\ -7x + 9y + 3z = -6, \\ 3x + 4y - 2z = 9. \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

5. Выполнить действия над комплексными числами

$$(3 + 5i); (7 - 2i).$$

Вариант №2

1. Решить дифференциальное уравнение и найти его частное решение

$$x^2 dx + y dy = 0 \text{ при } x=0 \text{ } y=1$$

2. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^2} + \frac{1}{5 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot 2^n} + \dots$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

5. Выполнить действия над комплексными числами

$$(6 + 2i); (5 + 3i).$$

Вариант №3

1. Решить дифференциальное уравнение и найти его частное решение

$$\frac{dy}{2x} + \frac{dx}{y} = 0 \text{ при } x=0 \text{ } y=2$$

2. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1}{4 \cdot 2^4} + \dots + \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}} + \dots$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 12, \\ -7x + 9y + 3z = -6, \\ 3x + 4y - 2z = 9. \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

5. Выполнить действия над комплексными числами

$$(-2 + 3i); (7 - 2i).$$

Вариант №4

1. Решить дифференциальное уравнение и найти его частное решение

$$\frac{2dy}{dx} = 1 + x^2 \quad \text{при } x=0 \quad y=0$$

2. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{n}{n+1}.$$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 5y + 6z = 11, \\ -9x + 2y + 3z = 9, \\ 5x + y - 4z = -8. \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

5. Выполнить действия над комплексными числами

$$(5 - 4i); (6 + 2i).$$

Вариант №5

1. Решить дифференциальное уравнение и найти его частное решение

$$dy + xdx = 2dx \quad \text{при } x=1 \quad y=1,5$$

2. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{2}{3 \cdot 2^2} + \frac{3}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{n}{3 \cdot 2^n}.$$

3. Решить систему уравнений используя правило Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса.

5. Выполнить действия над комплексными числами

$$(3 - 2i); (5 + i).$$

Вариант №6

1. Решить дифференциальное уравнение и найти его частное решение

$$2y dx = xdy \quad \text{при } x=1 \quad y=2$$

2. Исследовать сходимость ряда

$$1 + \frac{5}{4} + \frac{8}{6} + \dots + \frac{3n-1}{2n}.$$

3. Решить систему уравнений используя правило Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 4y - z = 4 \\ 4x - 6y + 4z = 4 \\ 6x + 2y + 2z = 16 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса.

5. Выполнить действия над комплексными числами

$$(4 + 2i); (-3 + 2i).$$

Норма оценки:

Количество правильных ответов	Оценка
95-100%	«5»
96-90%	«4»
71-80%	«3»
81% и меньше	«2»

Время выполнения контрольной работы 90 мин